

**2023—2024学年度第一学期期末教学质量检测**

**高三数学试题**

**审题人：莘县实高 李存才 罗增交**

**注意事项：**

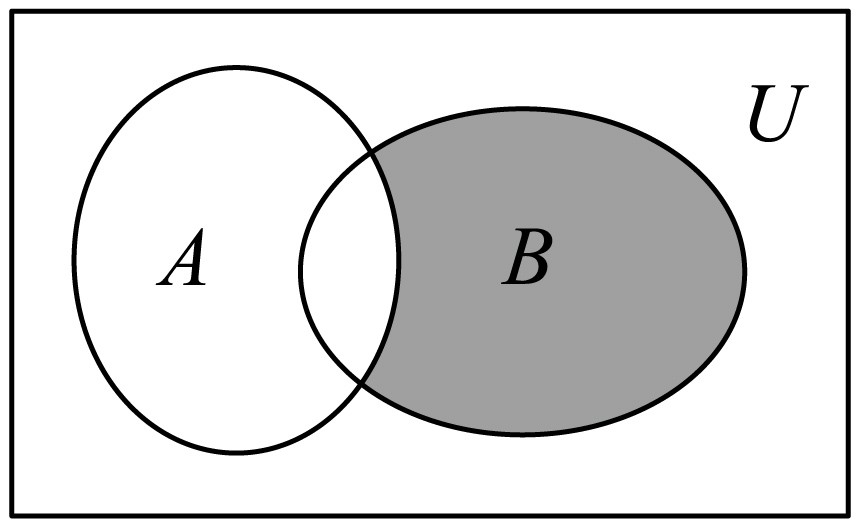
**1.答题前，考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写到答题卡和试卷规定的位置上.**

**2.第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.**

**3.第Ⅱ卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带.不按以上要求作答的答案无效.**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知全集，集合，，则图中阴影部分所表示的集合为（ ）



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】分别求出集合*A*和*B*，然后根据图中阴影部分是由在*B*中不在*A*中的元素构成的集合即可得出答案.

【详解】，所以，

，所以，所以，

图中阴影部分是由在*B*中不在*A*中的元素构成的集合，所以为，

故选：D.

2. 设，则（ ）

A. 1 B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】现根据复数的四则运算求出，然后即可得出答案.

【详解】,

所以，

所以，，

故选：C.

3. 直线的倾斜角为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由直线的一般式方程得斜率，由斜率与倾斜角的关系求得倾斜角.

【详解】设直线的倾斜角为，由题得直线的斜率为，

所以，

故选：B.

4. 已知两条不重合的直线和，两个不重合的平面和，下列四个说法：

①若，，，则 ②若，，，则

③若，，，则 ④若，，，则

其中所有正确的序号为（ ）

A. ②④ B. ③④ C. ④ D. ①③

【答案】B

【解析】

【分析】①②错误，举出反例即可，③④正确，给出证明.

【详解】对于①：如果，，也能满足条件，①错误；

对于②：与相交或异面也能满足条件，②错误；

对于③：因为，，则，又因为，所以，③正确；

对于④：因为，所以平面内必有直线，又因为，所以，

因为，，所以，而，所以，④正确.

故选：B

5. 整数除以7，所得余数为（ ）

A. 1 B. 3 C. 5 D. 6

【答案】D

【解析】

分析】,然后用二项式定理展开即可得出答案.

【详解】



,

前六项均能被7整除，所以除以7余6.

故选：D.

6. 直线：（）与圆：相交于、两点，下列说法正确的个数为（ ）

①直线过定点 ②时，弦最长

③时，为等腰直角三角形 ④时，弦长为

A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】求出直线所过定点，可判断①；由圆的弦长公式计算可判定②③④．

【详解】由题可知圆心，半径，

当时，恒成立，所以直线过定点，①正确；

时，：，圆心到的距离为，此时直线*l*过圆心，弦*AB*就是直径，最长，②正确；

时，：，圆心到的距离为，

所以弦长，此时，

所以不为直角三角形，③错误；

时，：，圆心到的距离为，

所以弦长，故④正确，

故选：A.

7. 最优化原理是指要求目前存在的多种可能的方案中，选出最合理的，达到事先规定的最优目标的方案，这类问题称之为最优化问题.为了解决实际生活中的最优化问题，我们常常需要在数学模型中求最大值或者最小值.下面是一个有关曲线与直线上点的距离的最值问题，请你利用所学知识来解答：若点是曲线上任意一点，则到直线的距离的最小值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用导数求得平行于直线与曲线相切的切点坐标，再利用点到直线的距离公式，即可求解.

【详解】由函数，可得，令，可得，

因为，可得，则，

即平行于直线且与曲线相切的切点坐标为，

由点到直线的距离公式，可得点到直线的距离为.

故选：B

8. 设等差数列的前项和为，已知：，，则下列结论正确的是（ ）

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】D

【解析】

【分析】由题设，构造函数，分析的奇偶性和单调性，结合等差数列的性质及前*n*项和公式，求解即可.

【详解】设函数，易知的定义域为，

且，

所以是上的奇函数，由单调性的性质知在上单调递增，

由题意：，，两式相加得：，

因为是上的奇函数，所以，

又在上单调递增，所以，即，

等差数列的前项和为，则，

因为，，所以，

又在上单调递增，所以，所以.

故选：D.

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 尊重自然、顺应自然、保护环境，是全面建设社会主义现代化国家的内在要求，近年来，各地区以一系列卓有成效的有力措施逐步改善生态环境，我国生态文明建设发生了历史性、全局性的变化.一地区的科研部门调查某绿色植被培育的株高（单位：）的情况，得出，则下列说法正确的是（ ）

A. 该地植被株高的均值为100

B. 该地植被株高的方差为10

C. 若，则

D. 随机测量一株植被，其株高在以上的概率与株高在以下的概率一样

【答案】AC

【解析】

【分析】由于，所以，从而可直接判断A，B，对于CD，利用正态分布的对称性分析判断.

【详解】解：因为，所以，

对于A，因为，所以均值为100，所以A正确;

对于B，因为，所以方差为100，所以B错误；

对于C，因为，所以，解得，所以C正确；

对于D，因为，

，

所以随机测量一株水稻，其株高在以上的概率比株高在以下的概率大， 所以D错误

故选：AC.

10. 已知，函数的最小正周期为，则下列结论正确的是（ ）

A. 

B. 函数在区间上单调递增

C. 将函数的图象向左平移个单位长度可得函数的图象

D. 函数的图象关于直线对称

【答案】BC

【解析】

【分析】现根据题意求出，然后根据正弦函数的性质依次判定即可.

【详解】

,

所以，故A错误；

即，

当时，，所以函数单调递增，故B正确；

将函数的图象向左平移个单位长度得，故C正确；

，所以函数的图象不关于直线对称.

故选：BC.

11. 下列说法中正确的是（ ）

A. 函数的最小值为4

B. 若，则的最小值为4

C. 若，，，则的最大值为1

D. 若，，且满足，则的最小值为

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据基本不等式和“1”的妙用依次判定即可.

【详解】对于A：当时，，故A错误；

对于B：，当且仅当时，等号成立，故B正确；

对于C：，

即，解得，当且仅当时，等号成立，故C正确；

对于D: ，

当且仅当时等号成立，此时，故D正确；

故选：BCD.

12. 正方体棱长为1，为侧面上的点，为侧面上的点，则下列判断正确的是（ ）

A. 直线平面

B. 若，则，且直线平面

C. 若，则到直线的距离的最小值为

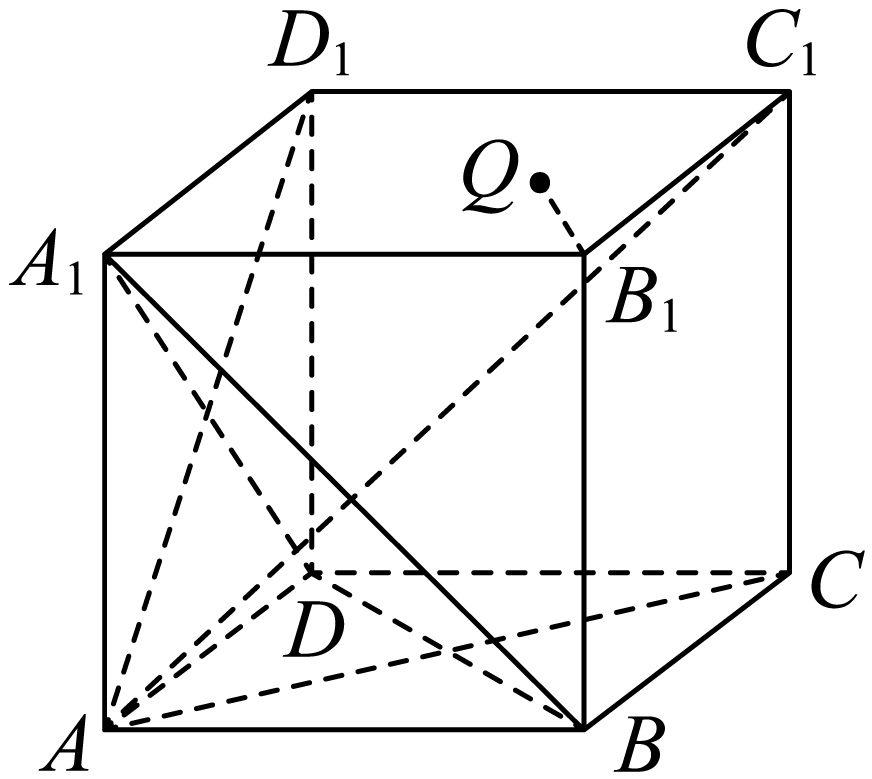
D. 若，则与平面所成角正弦的最小值为

【答案】AB

【解析】

【分析】A选项，作出辅助线，证明出，同理可得，从而得到线面垂直；B选项，在A选项基础上，得到线面平行；C选项，得到为以点为圆心，为半径的圆上，结合图形求出最小值；D选项，建立空间直角坐标系，求出平面的法向量，得到，结合的取值范围得到线面角正弦值的最小值.

【详解】对于A项，如图，连结，.



因为平面，平面，所以.

又，平面，平面，，

所以平面.

又平面，所以.

同理可得，.

又平面，平面，，

所以平面.故A项正确；

对于B项，由A项可知：平面.

又，平面，所以直线平面，故B项正确；

对于C，因为，所以在以为球心，为半径的球上.

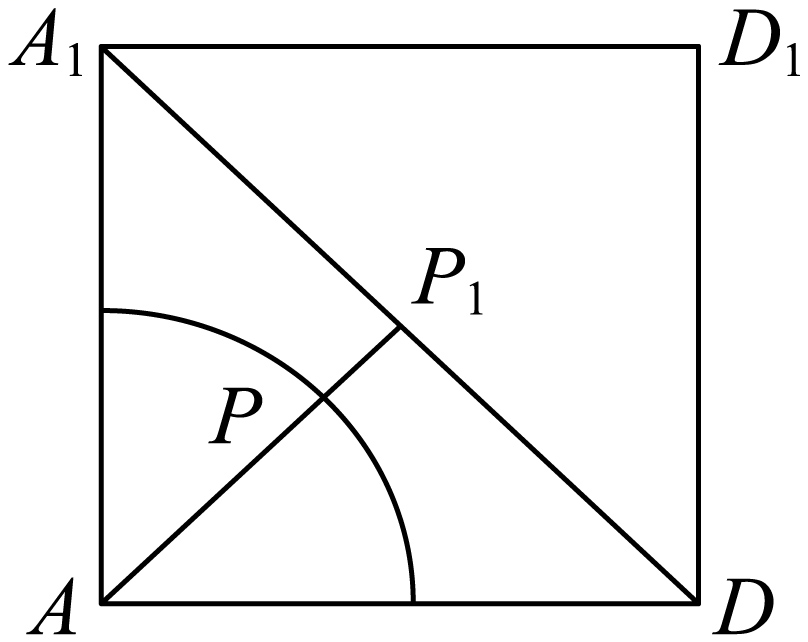
又为侧面上的点，所以在球被平面截得的交线上.

因为平面，，，

所以，

所以为以点为圆心，为半径的圆上.

如图，，则，到直线的距离的最小值为，故C项错误；



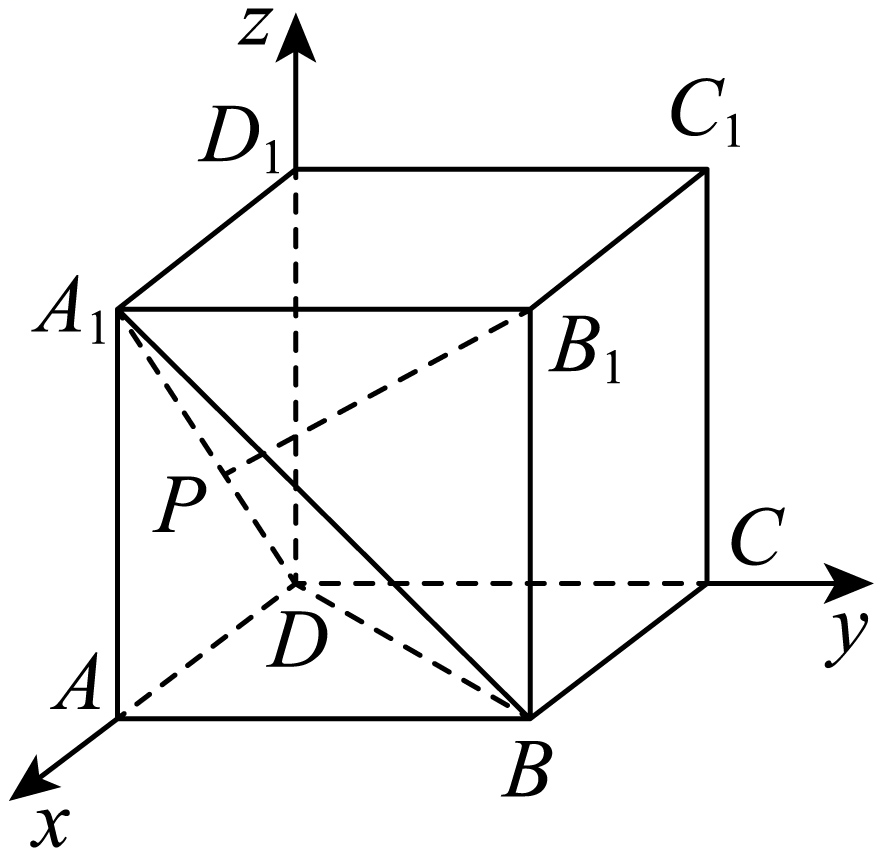
对于D项，以点为坐标原点，分别以，，为，，轴的正方向，

如图建立空间直角坐标系，则，，，，，

，.

因为，设，（），

.



设是平面的一个法向量，则，即，

取，则，是平面的一个法向量.

则，

又，当时，有最小值1，

所以，，即，

所以与平面所成角正弦的最大值为，故D项错误.

故选：AB.

【点睛】立体几何线面角求解方法：

（1）作出辅助线，找到线面角，并结合余弦定理或勾股定理进行求解；

（2）建立空间直角坐标系，求出平面的法向量，利用空间向量相关公式求解.

**三、填空题：本题共4个小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知向量，，若与所成的角为钝角，则实数的取值范围：\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】与所成的角为钝角即且与不平行，列式求解即可.

【详解】与所成的角为钝角即且与不平行，

即，

所以.

故答案为：.

14. 每年月第三个星期六是我国法定的全民国防教育日，同学们积极参与到国防教育之中为实现中国梦、强军梦凝聚强大力量.某校国防教育活动中拟将本不同的国防知识书分给甲、乙、丙三个班，其中一个班得本，另外两个班每班得本.则共有\_\_\_\_\_\_种不同的分配方式.（请用数字作答）

【答案】

【解析】

【分析】先将本不同的国防知识书分为三组，各组的书本数分别为、、，再将这三组书分配给甲、乙、丙三个班，结合分步乘法计数原理可得结果.

【详解】先将本不同的国防知识书分为三组，各组的书本数分别为、、，

再将这三组书分配给甲、乙、丙三个班，

由分步乘法计数原理可知，不同的分配方法种数为种.

故答案：.

15. 函数满足对任意，都有成立，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】得到分段函数在上是减函数，从而得到不等式，求出答案.

【详解】由已知对任意，都有成立，即在上是减函数，

故需满足，解得，即.

故答案为：

16. 椭圆：的左右焦点分别为，，为坐标原点，给出以下四个命题：

①过点的直线与椭圆交于，两点，则的周长为12；

②椭圆上存在点，使得；

③椭圆的离心率为；

④为椭圆：上一点，为圆上一点，则点，的最大距离为4.

其中正确的序号有\_\_\_\_\_\_.

【答案】①②④

【解析】

【分析】①由的周长为4*a*求解判断；②根据以原点为圆心以*c*为半径的圆交*y*轴于椭圆的外部判断；③根据椭圆方程判断；④设，求得点*P*到圆心（0，0）的距离判断.

【详解】由椭圆得，，，

①过点的直线与椭圆交于，两点，则的周长为，故①正确；

②因为，所以以原点为圆心以为半径的圆交轴于椭圆的外部，

所以存在点，使得，即使得，故②正确；

③椭圆的离心率为，故③错误；

④因为为椭圆上一点，设，，

则点到圆心的距离为

则其最大值为3，所以最大值为：，故④正确；

故答案为：①②④.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17. 记的内角的对边分别为，，，已知.

（1）求角的大小；

（2）设，，求的周长.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）由正弦定理和余弦定理得到，求出；

（2）利用向量数量积公式计算出，结合余弦定理得到，求出周长.

【小问1详解】

由及正弦定理，

得，即，

所以，

因为，所以.

【小问2详解】

∵，

∴，

∵，

∴，

∵，，

∴，

∴，

∴的周长为.

18. 已知等差数列的前项和为，且，，.

（1）求数列的通项公式；

（2）记数列的前项和为，求证：.

【答案】（1）

（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）设等差数列的公差为，根据题意可得出关于、的方程组，解出这两个量的值，利用等差数列的通项公式可求得数列的通项公式；

（2）求出的表达式，利用裂项相消法求出，结合放缩法可证得结论成立.

【小问1详解】

解：设等差数列的公差为，则，解得，

所以.

【小问2详解】

证明：由（1）可得，

则，

所以

，所以.

19. 如图，梯形中，，，平行四边形的边垂直于梯形所在的平面，，，是的中点，



（1）求证：平面平面；

（2）求二面角的正弦值.

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）先证明平面，再根据面面垂直的判定定理，即可证明结论；

（2）建立空间直角坐标系，求出相关点的坐标，求出平面和平面的法向量，根据空间角的向量求法，即可求得答案.

【小问1详解】

证明：∵平行四边形的边垂直于梯形所在的平面，而在平面内，

则，又因为，

∴平行四边形为正方形，

∵垂直于梯形所在的平面，，

∴平面，

∵平面，∴；

在直角梯形中，连接，，，

则，，

在中，，∴，

∵，与平面，

∴平面，

又∵面，

∴平面平面，即平面平面；

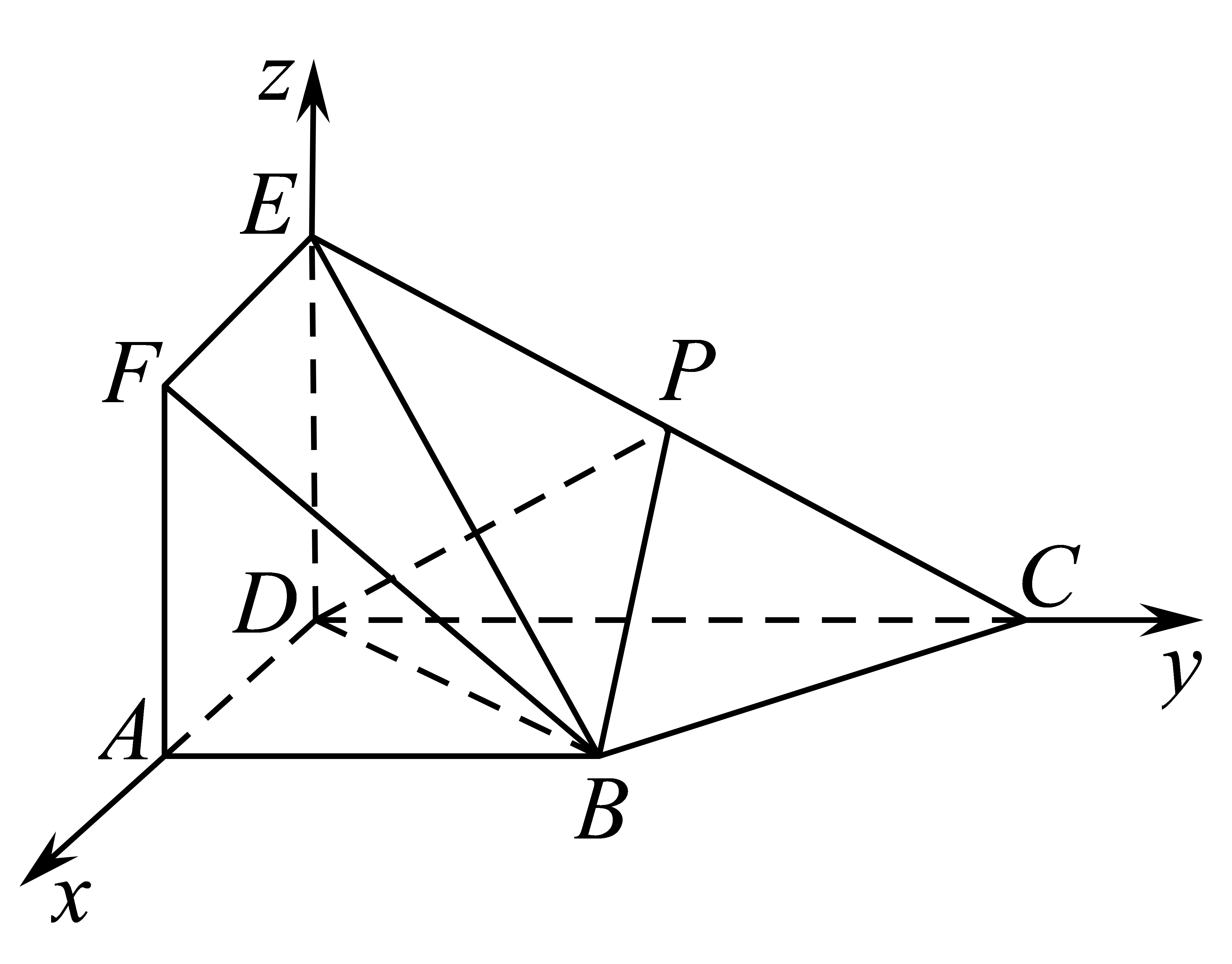
【小问2详解】

由（1）知平面，∵平面，

∴，又，，故；

∴，，三线两两垂直，故以为原点，

、、所在直线分别为轴、轴、轴，建立空间直角坐标系：



则，，，，

则，，

设为平面的法向量，

，即，

取，则，

取平面的法向量为，

设二面角的大小为，由图可知为锐角，

则，

∴即二面角的正弦值为.

20. 乒乓球起源于英国的19世纪末，因为1959年的世界乒乓球锦标赛，中国参赛运动员为中国获得了第一个世界冠军，而使国人振奋，从此乒乓球运动在中国风靡，成为了事实上中国的国球的体育项目.国球在校园中的普及也丰富了老师、同学们的业余生活.某校拟从5名优秀乒乓球爱好者中抽选人员分批次参加社区共建活动.共建活动共分3批次进行，每次活动需要同时派送2名选手，且每次派送选手均从5人中随机抽选.已知这5名选手中，2人有比赛经验，3人没有比赛经验.

（1）求5名选手中的“1号选手”，在这3批次活动中有且只有一次被抽选到的概率；

（2）求第二次抽选时，选到没有比赛经验的选手的人数最有可能是几人？请说明理由；

（3）现在需要2名乒乓球选手完成某项特殊比赛任务，每次只能派一个人，且每个人只派一次，如果前一位选手不能赢得比赛，则再派另一位选手.若有*A*、两位选手可派，他们各自完成任务的概率分别为、，且，各人能否完成任务相互独立.试分析以怎样的顺序派出选手，可使所需派出选手的人员数目的数学期望达到最小.

【答案】（1）

（2）最有可能1人，理由见解析

（3）按照先*A*后的顺序所需人数期望最小.

【解析】

【分析】（1）5名选手中的“1号选手”在每轮抽取中被抽取到的概率为，然后用独立事件概率公式和事件和公式求解即可；

（2）用期望或概率判断即可；

（3）分别求出按先*A*后的顺序和先后*A*完成任务所需人员数目的数学期望，比较即可得出答案.

【小问1详解】

5名选手中的“1号选手”在每轮抽取中被抽取到的概率为，

则三次抽取中，“1号选手”恰有一次被抽取到的概率为.

【小问2详解】

第二次抽取到的没有比赛经验的选手人数最有可能是1人.

设表示第二次抽取到的无比赛经验的选手人数，可能的取值有0，1，2，

则有：，，

，

（法一）因为，

故第二次抽取到的无比赛经验的选手人数最有可能是1人.

（法二）∵，

∴第二次抽取到的无比赛经验的选手人数最有可能是1人.

【小问3详解】

按照先*A*后的顺序所需人数期望最小.

由题意：，

设表示先*A*后完成任务所需人员数目，则

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
|  |  |  |

，

设表示先后*A*完成任务所需人员数目，则

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
|  |  |  |

，

∵，

∴故按照先*A*后的顺序所需人数期望最小.

21. 已知函数（）.

（1）当时，求曲线在处的切线方程；

（2）讨论函数的单调性.

【答案】（1）

（2）答案见解析

【解析】

【分析】（1）直接利用导数的几何意义求出切线的斜率，再求出切线方程；

（2）由于函数的定义域为，当时，函数只有一个极值点，当时，的两个解为和，所以当时分，，三种情况.

【小问1详解】

解：（1）当时，.

，切点为，

，切线斜率

所以曲线在处的切线方程为：

【小问2详解】

由题意，函数（）的定义域为，

可得，

①当时，可得，当时，，当时，，

所以在单调递减，在单调递增；

②当时，可得在上恒成立，

所以函数在上单调递增；

③当时，当时，；当时，；当时，，

所以在递减，在，递增；

④当时，当时，；当时，；当时，，

所以在递减，在，递增.

综上，当时，在递减，在递增；

当时，在上单调递增；

当时，在递减，在，递增；

当时，在递减，在，递增.

22. 已知椭圆：（）的左、右焦点分别为、，椭圆与双曲线有共同的焦点，点是椭圆上任意一点，则的最大值为.

（1）求椭圆的方程；

（2）过点任作一动直线交椭圆于，两点，记，若在线段上取一点，使得，则当直线转动时，点在某一定直线上运动，求该定直线的方程.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）先根据共焦点结合最值列方程得出即可得出椭圆方程；

（2）先联立方程得出韦达定理，再结合向量关系得出，计算即可得出定直线.

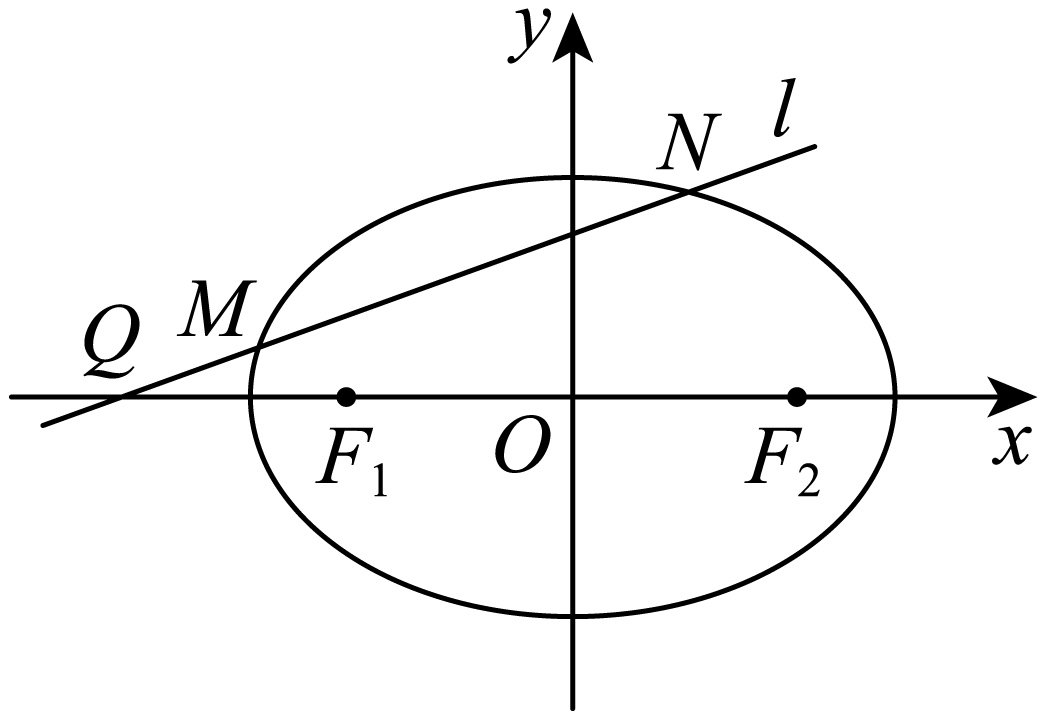
【小问1详解】

点是椭圆上任意一点，则的最大值为：，所以.

又与双曲线有共同的焦点，所以，

所以椭圆的方程为.

【小问2详解】



由题意可知，直线的斜率必存在.

故可设直线的方程为，

，，由，

消去得，

由根与系数的关系得，，

由，得

所以，所以，

设点的坐标为，由，得，

所以，解得.

而，

，所以

故点在定直线上.